

Algebraische Grundlagen

zur

Kombinatorik

Datei Nr. 33 010

Stand 26. Februar 2017

Friedrich W. Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Diese Seiten sind ein Auszug aus dem Einführungstext zur Kombinatorik

Inhalt

| | | |
|---|---|---|
| 1 | Fakultät und Teilfakultät $nPr(n,k)$ | 3 |
| | Anwendung | 4 |
| 2 | Binomialkoeffizient $\binom{n}{k} = nCr(n,k)$ | 5 |
| | Berechnungsmöglichkeiten | |
| 3 | Verwendung von geeigneten Taschenrechnern | 7 |
| | Grafikrechner CASIO fxCG 20 | |
| | CASIO ClassPad CAS | |
| | TI Nspire CAS | |

Hinweis: Der Binomialkoeffizient wird ausführlich besprochen im Text 12106

Demo-Text für www.mathe-cd.de

1. Die Fakultät

Unter diesem Begriff versteht man ein Produkt von natürlichen Zahlen, das bei einer bestimmten Zahl beginnt und dann alle kleineren Zahlen bis herunter zur 1 als Faktoren hat.

Das Zeichen $4!$ (gelesen 4 Fakultät) bedeutet $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$20!$ (gelesen 20 Fakultät) bedeutet $20! = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

Ich berechne einige Fakultäten:

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \cdot 1 = 2$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Rechenregel:

$$5! = 5 \cdot \underbrace{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}_{=4!} = 120$$

$$6! = 6 \cdot \underbrace{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}_{=5!} = 6 \cdot 120 = 720$$

kurz:

$$7! = 7 \cdot 6! = 7 \cdot 720 = 5040$$

Entsprechend gilt:

$$20! = 20 \cdot 19!$$

$$33! = 33 \cdot 32 \cdot 31 \cdot 30!$$

Anwendungsbeispiel: Produkte wie $25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21$ nenne ich **Teilfakultäten**.

Man kann sie natürlich einem Rechner übergeben:

$$25 \times 24 \times 23 \times 22 \times 21 = 6375600$$

Doch wenn die Teilfakultäten „länger“ werden, dann wird das Eintippen mühsam:

$$34 \cdot 33 \cdot 32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 = 121350057687226368000$$

In diesem Fall gibt es einen **Erweiterungstrick**, der die Rechnung entscheidend abkürzt:

Ich mache $25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21$ zu einem Bruch: $\frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{1}$ und erweitere diesen mit

$20! = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$. Dann stehen im Zähler die Faktoren 25 bis 1, also $25!$:

$$25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20!}{20!} = \frac{25!}{20!}$$

$$\frac{25!}{20!} = 6375600$$

Oder hier: $34 \cdot 33 \cdot \dots \cdot 21 = \frac{34 \cdot 33 \cdot \dots \cdot 21 \cdot 20!}{20!} = \frac{34!}{20!}$

Dargestellt mit einem Grafikrechner:

$$\frac{34!}{20!} = 1.213500577E+20$$

Merke: Teilfakultäten kann man als Bruch zweier Fakultäten berechnen.